

9-СЫНЫП
АЛГЕБРА
23-САБАҚ ТАПСЫРМАЛАРЫ

1-есеп. Көбейтіндіге түрлендіріңдер: $\sin 70^\circ + \sin 30^\circ$
Жауабы: $2\sin 50^\circ \cos 20^\circ$

2-есеп. Өрнекті көбейтінді түрінде жазыңдар: $\cos(\frac{\pi}{3} - \alpha) + \cos \alpha$
Жауабы: $\sqrt{3} \cos \frac{\pi - 6\alpha}{6}$

3-есеп. Көбейтіндіні қосынды түрінде жазыңдар: $\cos(x + y) \cos(x - y)$
Жауабы: $\frac{1}{2}(\cos 2x + \cos 2y)$

4-есеп. Көбейтінді түрінде жазыңдар: $\sin^2 x - \cos^2 y$
Жауабы: $(\cos x + \cos y)(\cos x - \cos y)$

5-есеп. Тепе- теңдікті дәлелдендер: $\sin x - \cos x = \sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{4} + x)$
Жауабы: $\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin x \sin \frac{\pi}{4} - \sqrt{2} \cos x \cos \frac{\pi}{4} =$
 $= -\sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{4} + x) = \sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{4} + x)$

6-есеп. Көбейтіндіге түрлендіріңдер: $1 + \operatorname{ctg} x$
Жауабы: $\frac{\sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{4} - x)}{\sin x}$

7-есеп. Өрнекті көбейткіштерге жіктендер: $\cos \beta + \sin 2\beta - \cos 3\beta$
Жауабы: $\sin 2\beta (2\sin \beta + 1)$

8-есеп. Өрнекті ықшамдандар:
$$\frac{\sin(x + y) + \sin(x - y)}{\sin(x + y) - \sin(x - y)}$$

Жауабы: $\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} y$

9-есеп. Көбейтінді түрінде жазыңдар: $\sqrt{2} - 2\cos \beta$
Жауабы: $-4 \sin(\frac{\pi}{8} + \frac{\beta}{2}) \sin(\frac{\pi}{8} - \frac{\beta}{2})$

10-есеп. Тепе- теңдікті дәлелдендер:
 $1 - 4\sin^2 x = 4 \sin(\frac{\pi}{6} - x) \sin(\frac{\pi}{6} + x)$
Жауабы: $4 \sin(\frac{\pi}{6} - x) \sin(\frac{\pi}{6} + x) = 2(\cos 2x - \cos \frac{\pi}{3}) =$
 $= 2(1 - \sin^2 x - \frac{1}{2}) = 2 - 4\sin^2 x - 1 = 1 - 4\sin^2 x$

11-есеп. Өрнекті ықшамдандар:

$$\sin^2 \varphi + \sin^2 \omega + \cos(\varphi + \omega) \cos(\varphi - \omega)$$

Жауабы: 1

12-есеп. Өрнекті ықшамдандар: $\cos^2 \left(\varphi - \frac{5\pi}{8} \right) - \sin^2 \left(\varphi - \frac{5\pi}{8} \right)$.

Жауабы: $-\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 2\varphi + \sin 2\varphi)$

13-есеп. Тепе- теңдікті дәлелдеңдер: $\frac{2\cos^2 2\alpha + \cos 5\alpha - 1}{\sin 5\alpha + 2\cos 2\alpha \sin 2\alpha} = \operatorname{ctg} 4,5\alpha$

Жауабы:

$$\begin{aligned} \frac{2\cos^2 2\alpha + \cos 5\alpha - 1}{\sin 5\alpha + 2\cos 2\alpha \sin 2\alpha} &= \frac{1 + \cos 4\alpha + \cos 5\alpha - 1}{\sin 5\alpha + \sin 4\alpha} = \frac{\cos 4\alpha + \cos 5\alpha}{\sin 5\alpha + \sin 4\alpha} = \\ &= \frac{2\cos 4,5\alpha \cos 0,5\alpha}{2\sin 4,5\alpha \cos 0,5\alpha} = \frac{\cos 4,5\alpha}{\sin 4,5\alpha} = \operatorname{ctg} 4,5\alpha \end{aligned}$$

14-есеп. Тепе- теңдікті дәлелдеңдер:

$$\frac{2\cos \varphi + \cos 3\varphi + \cos 5\varphi}{\cos 3\varphi + \sin \varphi \sin 2\varphi} = 4\cos 2\varphi$$

Жауабы:

$$\begin{aligned} \frac{2\cos \varphi + \cos 3\varphi + \cos 5\varphi}{\cos 3\varphi + \sin \varphi \sin 2\varphi} &= \frac{2\cos \varphi + 2\cos 4\varphi \cos \varphi}{\cos 3\varphi + 0,5\cos \varphi - 0,5\cos 3\varphi} = \\ &= \frac{2\cos \varphi (1 + \cos 4\varphi)}{0,5(\cos 3\varphi + \cos \varphi)} = \frac{4\cos^2 2\varphi}{\cos 2\varphi} = 4\cos 2\varphi \end{aligned}$$

15-есеп. Көбейткіштерге жіктендер: $\sin \gamma + \sin 2\gamma + \sin 3\gamma + \sin 4\gamma$

Жауабы: $4\sin \frac{5\gamma}{2} \cos \gamma \cos \frac{\gamma}{2}$

16-есеп. $\cos \gamma = \frac{1}{\sqrt{3}}$ деп алып, $\cos 2\gamma - \cos 6\gamma$ өрнегінің мәнін табыңдар.

Жауабы: $-\frac{32}{27}$

17-есеп. Өрнекті көбейткіштерге жіктендер немесе бөлшек түрінде жазыңдар: $\operatorname{tg}^2 5\beta - 3$

Жауабы:

$$\frac{4\sin (5\beta + 60^\circ) \sin (5\beta - 60^\circ)}{\cos^2 5\beta}$$

18-есеп. А, В және С шамалары үшбұрыштың ішкі бұрыштары екені белгілі. Төмендегі теңдіктің дұрыстығын дәлелдеңдер:

$$\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2}$$

Жауабы: $\sin A + \sin B + \sin C = \sin A + \sin B + \sin(A + B) =$
 $= 2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos\left(\frac{A-B}{2}\right) + 2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos\left(\frac{A+B}{2}\right) =$
 $= 2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{A-B}{2}\right) + \cos\left(\frac{A+B}{2}\right) \right) = 2 \cdot \cos \frac{C}{2} \cdot \cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B}{2}$

19-есеп. Есептеңдер: $\operatorname{tg} 9^\circ - \operatorname{tg} 27^\circ - \operatorname{tg} 63^\circ + \operatorname{tg} 81^\circ$

Жауабы: 4

20-есеп. Есептеңдер: $\cos^2 3^\circ + \cos^2 117^\circ + \cos^2 123^\circ$

Жауабы: 1,5

21-есеп. Есептеңдер: $\cos 5^\circ \cdot \cos 55^\circ \cdot \cos 65^\circ$

Жауабы: $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{16}$