9-СЫНЫП
АЛГЕБРА
21-САБАҚ ТАПСЫРМАЛАРЫ

1-есеп. Қосу формулаларын пайдаланып, өрнекті түрлендіріңдер: $\sin\left(\frac{\pi}{6}+y\right)$
Жауабы: $\frac{1}{2}\ cosy+\ \frac{\sqrt{3}}{2}\ siny$

2-есеп. Есептеңдер: $cos40°\,cos20°-sin40°\,sin20°$
Жауабы: $\frac{1}{2}$

3-есеп. Өрнекті ықшамдаңдар: $cos\alpha\ cos\beta-cos(\alpha-\beta)$
Жауабы: $-\sin\alpha\ sin\beta$

4-есеп.

$$\frac{\cos\frac{3\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}-sin\frac{3\pi}{8}sin\frac{\pi}{8}}{tg(\frac{\pi}{4}+\beta)}$$

Жауабы: 0

5-есеп. Тепе – теңдікті дәлелдеңдер:
$\sin(30°+x)cosx-\cos(30°+x)sinx=0{,}5$

Жауабы: $\sin(30°+x)cosx-\cos(30°+x)sinx=$

$$=(sin30°cosx+cos30°sinx)cosx-(cos30°cosx-sin30°sinx)sinx=$$

$$=\frac{1}{2}cos^2x+\frac{\sqrt{3}}{2}sinxcosx+\frac{1}{2}sin^2x-\frac{\sqrt{3}}{2}sinxcosx=\frac{1}{2}(cos^2x+sin^2x)=0{,}5$$

6-есеп. Тепе – теңдікті дәлелдеңдер:

$$\frac{tg(x-y)+tgy}{tg(x+y)-tgy}=\frac{\cos(x+y)}{\cos(x-y)}$$

Жауабы:

$$\frac{tg(x-y)+tgy}{tg(x+y)-tgy}=\frac{\frac{tgx-tgy}{1+tgxtgy}+tgy}{\frac{tgx+tgy}{1-tgxtgy}-tgy}=\frac{1-tgxtgy}{1+tgxtgy}=\frac{ctgxtgx-tgxtgy}{ctgxtgx+tgxtgy}=$$

$$=\frac{ctgx-tgy}{ctgx+tgy}=\frac{\frac{cosx}{sinx}-\frac{siny}{cosy}}{\frac{cosx}{sinx}+\frac{siny}{cosy}}=\frac{cosxcosy-sinxsiny}{cosxcosy+sinxsiny}=$$

$$=\frac{\cos(x+y)}{\cos(x-y)}$$

7-есеп. Тепе – теңдікті дәлелдеңдер:

$$\frac{cos66°\,cos4° - \ cos86° \cos 24°}{cos65°\,cos5° - cos85°\,cos25°} = 1$$

Жауабы:

$$\frac{cos66°\,cos4° - \ cos86° \cos 24°}{cos65°\,cos5° - cos85°\,cos25°} =$$

$$= \frac{cos66°\,cos4° - \ \cos(90° - 4°)\cos(90° - 66°)}{cos65°\,cos5° - \cos(90° - 5°)\cos(90° - 65°)} =$$

$$= \frac{cos66°\,cos4° - \ sin66°\,sin4°}{cos65°\,cos5° - cos65°\,cos5°} = \frac{\cos(66° + 4°)}{\cos(65° + 5°)} = \frac{\cos70°}{\cos70°} = 1$$

8-есеп. Есептеңдер: $tg75°$

Жауабы: $2 + \sqrt{3}$

9-есеп. $ctg\alpha = \sqrt{3}$ деп алып, $\mathrm{tg}(\frac{\pi}{6} + \alpha)$ – ны анықтаңдар.

Жауабы: $\sqrt{3}$

10-есеп. α, β, γ- үшбұрыштың бұрыштары, $sin\,\gamma = sin\alpha cos\beta + cos\alpha sin\beta$ теңдігінің орындалатынын дәлелдеңдер.

Жауабы: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$, $\gamma = 180° - (\alpha + \beta)$,

$sin\gamma = sin\big(180° - (\alpha + \beta)\big) = sin(\alpha + \beta) = sin\alpha cos\beta + cos\alpha sin\beta$

11-есеп. $sin\alpha = \frac{9}{41}, sin\beta = -\frac{40}{41}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ деп алып, $\sin(\alpha - \beta)$- ны анықтаңдар.

Жауабы: $-\frac{1519}{1681}$

12-есеп. $cosx = 0{,}6$; $cos(x + y) = 0$; $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $\pi < y < \frac{3\pi}{2}$ деп алып, cosy – ті анықтаңдар.

Жауабы: $-\frac{4}{5}$

13-есеп. $tg\alpha = 3$, $tg\beta = -0{,}5$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$ деп алып, $\alpha + \beta$-ны анықтаңдар.

Жауабы: $\frac{\pi}{4}$

14-есеп. Тепе – теңдікті дәлелдеңдер:

$$\frac{ctgx + ctgy}{\sin(x + y)} = \frac{1}{sinx\,siny}$$

Жауабы: $\frac{ctgx + ctgy}{\sin(x+y)} = \frac{\frac{cosx}{sinx} + \frac{cosy}{siny}}{\sin(x+y)} = \frac{\frac{cosxsiny + sinx\,cosy}{sinx\,siny}}{sinx\,cosy + cosxsiny} = \frac{1}{sinx\,siny}$

15-есеп. Өрнектің ең кіші және ең үлкен мәндерін анықтаңдар:

$$\sqrt{3}cosy - siny$$

Жауабы: -2; 2

16-есеп. Өрнекті ықшамдаңдар: $cos^2x + cos^2(\frac{2\pi}{3} - x) + cos^2(\frac{2\pi}{3} + x)$

Жауабы: 1,5

17-есеп. Өрнекті ықшамдаңдар:

$(ctgx\ \ ctgy + 1)\cos(x + y) + (1 - ctgx\ ctgy)\cos(x - y).$

Жауабы: 0

18-есеп. Өрнекті ықшамдаңдар: $ctg^2x\ ctg^2y\ - \frac{cos^2(x-y) + cos^2(x+y)}{2\ sin^2x\ \ sin^2y}$

Жауабы: -1

19-есеп. Үшбұрыштың екі сүйір бұрышының синусының мәндері 0,6 және 0,8. Үшбұрыштың үшінші бұрышының синусының мәнін табыңдар.

Жауабы: 1

20- есеп. Өрнектің ең үлкен және ең кіші мндерін табыңдар:

$$2sin\alpha\ \ - 3\ cos\alpha$$

Жауабы: $\sqrt{13}$; $-\sqrt{13}$

21-есеп. Тепе – теңдікті дәлелдеңдер:

$$\frac{\sin\,(\alpha - \beta)}{sin\alpha\ sin\beta} + \frac{\sin\,(\beta - x)}{sin\beta\ sinx} + \frac{\sin(x - \alpha)}{sinx\ \ sin\alpha} = 0$$

Жауабы:

$$\frac{\sin(\alpha - \beta)}{sin\alpha\ sin\beta} + \frac{\sin(\beta - x)}{sin\beta\ sinx} + \frac{\sin(x - \alpha)}{sinx\ \ sin\alpha} =$$

$$= \frac{\sin\alpha cos\beta - cos\alpha sin\beta}{sin\alpha\ sin\beta} + \frac{\sin\beta cosx - cos\beta sinx}{sin\beta\ sinx} + \frac{\sin xcos\alpha - cosxsin\alpha}{sinx\ \ sin\alpha} =$$

$$= \frac{0}{sinxsin\alpha sin\beta} = 0$$

22-есеп. Егер α және β бұрыштары I ширектің бұрыштары болса, онда төмендегі теңсіздіктердің дұрыстығын дәлелдеңдер:

$\sin(\alpha + \beta) < sin\alpha + sin\beta$

Жауабы: $0 < cos\alpha < 1,\ 0 < cos\beta < 1,$

$$\sin(\alpha + \beta) = sn\alpha cos\beta + cos\alpha sin\beta < sin\alpha + sin\beta$$

23-есеп. Тепе – теңдікті дәлелдеңдер:

$$\frac{tg^2 2\beta - tg^2\beta}{1 - tg^2 2\beta\ tg^2\beta} = tg\beta \cdot tg3\beta$$

Жауабы:

$$\frac{tg^2 2\beta - tg^2\beta}{1 - tg^2 2\beta\ tg^2\beta} = \frac{(tg2\beta - tg\beta)(tg2\beta + tg\beta)}{(1 + tg2\beta tg\beta)(1 - tg2\beta tg\beta)} =$$

$$= tg(2\beta - \beta) \cdot tg(2\beta + \beta) = tg\beta \cdot tg3\beta$$