

Тақырып: Бүтін сандардағы теңдеулерде теңсіздік қолданылуы

Бұл әдіс сәйкес теңсіздіктерді пайдалана отырып, айнымалылар жататын аралықтарды шектеуден тұрады. Жалпы, бұл процесс шектеулі айнымалы мен жағдайларға әкеледі.

1. $x^3 + y^3 = (x + y)^2$ теңдеуін бүтін сандарда шешіңіз.

2. (Румыния олимпиадасы) Келесі теңдеуді оң бүтін сандарда шешіңіз

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{5}.$$

3. $x^2 + x + 1 = y^2$ теңдеуін бүтін сандарда шешіңіз.

4. (Бүкілодақтық олимпиада, 1966 ж.) $x^2 + y$ және $x + y^2$ сандары бүтін сандардың квадраты болатындай x және y натурал сандары табылады ма?

5. (ГДР, 73) $x(x + 1)(x + 7)(x + 8) = y^2$ теңдеуін бүтін сандарда шешіңіз.

6. $x^3 + 8x^2 - 6x + 8 = y^3$ теңдеуін теріс емес бүтін сандарда шешіңіз.

7. $y^2 + y = x^4 + x^3 + x^2 + x$ теңдеуін бүтін сандарда шешіңіз.

8. (Ұлыбритания олимпиадасы) Теңдеуді натурал сандарда шешіңіз

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{y}\right) \left(1 + \frac{1}{z}\right) = 2.$$

9. (Puntam Mathematical Competition)

$$k_1 + \dots + k_n = 5n - 4$$

және

$$\frac{1}{k_1} + \dots + \frac{1}{k_n} = 1$$

теңдеулері орындалатын барық натурал $n, k_1, \dots, k_n$ сандарын табыңыз.

Бүтін сандардағы теңдеулерде теңсіздік қолданылуы . Үй жұмысы.

1. $x^3 + 10x^2 + 27 = y^3$ теңдеуін натурал сандарда шешіңіз.

2. Теңдеуді натурал сандарда шешіңіз:

$$3(xy + yz + zx) = 4xyz .$$

3. (Мұғалімдердің шығармашылық байқауы, Мәскеу қаласы, 2022 жыл) $x^2 - 2ax + b = 0$, $x^2 - 2bx + c = 0$, $x^2 - 2cx + a = 0$ теңдеулерінің барлық түбірлері натурал болатын барлық натурал a, b, c сандарын табыңыз.

4. (Савин турнирі) $a^3 + 6ab + 20$, $b^3 + 6bc + 20$ және $c^3 + 6ca + 20$ сандары натурал санның кубы болатын барлық натурал a, b, c сандарын табыңыз.

5. (Румыния олимпиадасы) Теңдеуді натурал сандарда шешіңіз:

$$(x + y)^2 + 3x + y + 1 = z^2 .$$

6. Теңдеуді бүтін сандарда шешіңіз:

$$(x + 1)^4 - (x - 1)^4 = y^3 .$$

7. Теңдеуді натурал сандарда шешіңіз:

$$x^2y + y^2z + z^2x = 3xyz .$$

8. Теңдеуді әртүрлі натурал сандарда шешіңіз:

$$x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = 3(x + y + z + w) .$$