

Қалдықтар туралы қытай теоремасы

1. а) $4x \equiv 1 \pmod{5}$; б) $6x \equiv 2 \pmod{9}$ салыстырымдарын шешеңіз.
2. а) $3^{-1} \pmod{7}$; б) $7^{-1} \pmod{3}$ табыңыз.
3. 2, 3, 5, 7-ге бөлгенде сәйкесінше 1, 2, 4, 6 қалдық беретін ең кіші натурал санды табыңыз.
4. Қандай бүтін n үшін $n^2 + 3n + 1$ саны 55-ке бөлінеді?
5. Санды жақсы деп атаймыз, егер ол 1-ден үлкен қандай да бір санның квадратына бөлінсе. Қандай n үшін қатар тұрған n жақсы сан табылады?
6. Кез келген натурал n үшін алғашқы n сандардың қосындысы n -ге бөлінетіндей етіп натурал сандар қатарын орындарын ауыстырып орналастыруға болатынын дәлелдеңіз.

Үй жұмысы. Қалдықтар туралы қытай теоремасы

1. $n \equiv 4 \pmod{4}$ – ке, $n \equiv 9 \pmod{9}$ – ға және $n \equiv 25 \pmod{25}$ – ке бөлінетіндей n табылады ма? Мысал келтіріңіз.
2. Қанша төрт таңбалы сан $x^2 \equiv x \pmod{10000}$ салыстырмасын қанағаттандырады?
3. Кез келген натурал n үшін $4a^2 + 9b^2 - 1$ n -ге бөлінетіндей a және b сандары табылатынын дәлелдеңіз.
4. Кез келген натурал n үшін $k_1 k_2 \dots k_n - 1$ саны қатар тұрған екі наиурал санның көбейтіндісі болатындай 1-ден үлкен өз ара жай $k_1, k_2, \dots, k_n$ сандары табылатынын дәлелдеңіз.
5. Кез келген натурал k үшін $k^2 + k + n$ санының барлық жай бөлгіштері 2024-тен үлкен болатындай натурал n саны табылатынын дәлелдеңіз.
6. Әр сан натурал санның дәрежесі (бірден үлкен) болмайтындай қатар тұрған 2024 сан бар екенін дәлелдеңіз.
7. Қандай n үшін $(b_1 + k)(b_2 + k) \dots (b_n + k)$ саны кез келген натурал k үшін санның дәрежесі (бірден үлкен) болатындай $b_1, b_2, \dots, b_n$ сандары (әр түрлі болу міндетті емес, бірақ бәрі бір біріне тең емес) табылады.