

Санның бүтін және бөлшек бөлігі

1. Кез келген n бүтін саны үшін $n = [a\sqrt{2}] + [b\sqrt{3}]$ болатындай a және b бүтін сандарын табуға болатынын дәлелдеңіз.
2. $[x]^2 + 40x + 336 = 0$ теңдеуінің барлық шешімдерінің қосындысын табыңыз.
3. $\left[\frac{1}{3}\right] + \left[\frac{2}{3}\right] + \left[\frac{2^2}{3}\right] + \left[\frac{2^3}{3}\right] + \dots + \left[\frac{2^{1000}}{3}\right]$ есептеңіз.
4. $\{x + y + z\} = \{x + y + t\} = \{x + z + t\} = \{y + z + t\} = \frac{1}{4}$ болатын нақты x, y, z, t сандары берілген. $\{x + y + z + t\}$ неге тең болуы мүмкін?
5. $[x] + [3x] + [6x]$ саны қандай цифрлармен аяқталуы мүмкін?
6. Кез келген натурал және кез келген нақты үшін

$$[nx] = [x] + \left[x + \frac{1}{n}\right] + \left[x + \frac{2}{n}\right] + \dots + \left[x + \frac{n-1}{n}\right]$$

екенін дәлелдеңіз.

Үй жұмысы. Санның бүтін және бөлшек бөлігі

1. $[\sqrt[n]{111}]$ саны 111-ді бөлетіндей барлық n натурал сандарын табыңыз.
2. $[x[x]] = 1$ теңдеуін нақты сандарда шешіңіз.
3. $\{x\} + \left\{\frac{1}{x}\right\} = 1$ болатын x табылады ма?
4. Кез келген натурал n үшін $[\sqrt{n} + \sqrt{n+1}] = [\sqrt{4n+2}]$ екенін дәлелдеңіз.
5. Кез келген натурал n үшін $[(2 + \sqrt{3})^n]$ тақ екенін дәлелдеңіз.
6. $[x^2] + px + q = 0$ ($p \neq 0$) теңдеуінде 100-ден астам түбірі болуы мүмкін ба?
7. Оң нақты x үшін $[x] \cdot \left[\frac{2000}{x}\right]$ саны қандай мәндер қабылдауы мүмкін?
8. $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + [\sqrt{a_n}]$ болатын тізбек берілсін. Осы тізбекте шексіз көп натурал санның квадраттары бар екенін дәлелдеңіз.
9. Кез келген натурал n үшін

$$\left[n^{\frac{1}{2}}\right] + \left[n^{\frac{1}{3}}\right] + \left[n^{\frac{1}{4}}\right] + \dots + \left[n^{\frac{1}{n}}\right] = [\log_2 n] + [\log_3 n] + \dots + [\log_n n]$$
 екенін дәлелдеңіз.