

Рационал және иррационал сандар

1. $0,242424 \dots$ ондық бөлшегінің үтірден кейінгі бірінші цифрасын 4-пен алмастырды. Шыққан сан алғашқы саннан неше есе үлкен.
2. $\sqrt{n\sqrt{n\sqrt{n}}}$ натурал болатындай n бірден үлкен натурал сан табылады ма?
3. $x + \sqrt{3}$ және $x^2 + \sqrt{3}$ сандары рационал болатындай барлық нақты x сандарын табыңыз.
4. 2024 әр түрлі саннан тұратын M сандық жиын берілсін. M жиынының кез келген a, b элементтері үшін $a^2 + b\sqrt{2}$ саны рационал екені белгілі. Кез келген M жиынының a элементі үшін $a\sqrt{2}$ саны рационал екенін дәлелдеңіз.
5. Қандай натурал n үшін $a + b$ және $a^n + b^n$ сандары бүтін болатындай оң рационал, бірақ бүтін емес a және b сандары табылады?

Үй жұмысы. Рационал және иррационал сандар

1. $\sqrt{xx}, \sqrt{xxx} \dots = y, yyy \dots$ болатындай барлық $x, y \in [1, 8]$ натурал сандар жұбын табыңыз.
2. Әр сан $\sqrt{2} - 1$ немесе $\sqrt{2} + 1$ болатын және $x_1x_2 + x_2x_3 + \dots + x_{98}x_{99} + x_{99}x_1 = 199$ теңдігі орындалатын $x_1, x_2, \dots, x_{99}$ сандары табылады ма?
3. 10 нөл емес әр түрлі сандардың әрбір екеуі үшін не осы сандардың қосындысы, не олардың көбейтіндісі рационал сан болатыны белгілі. Барлық сандардың квадраттары рационал екенін дәлелдеңіз.
4. $x - \sqrt{2}, x - \frac{1}{x}, x + \frac{1}{x}, x^2 + 2\sqrt{2}$ сандардың тек біреуі ғана бүтін емес екені белгілі. Осындай барлық x табыңыз.
5. $f(x) = ax^2 + bx + c$ квадраттық үшмүше үшін b рационал, ал c мен $f(c)$ сандарының тек біреуі иррационал екені белгілі. $f(x)$ үшмүшесінің дискриминанты рационал болуы мүмкін бе?
6. Нақты түзудің барлық рационал нүктелерінде бүтін сандар жазылған. Кесіндінің екі ұшындағы сандардың қосындысы ортасындағы саннан екі есе аспайтындай кесінді бар екенін дәлелдеңіз.
7. n сан берілген, ал p олардың көбейтіндісі. p мен осы сандардың кез келгенімен айырмасы тақ сан. Берілген n санның барлығы иррационал екенін дәлелдеңіз.