

Инвариант – 1

Анықтама: Сандар жиының түрлендіру - олимпиадалық есептердің ішінде жиі кездесетін есептердің түрі. Кейбір түрлендірудің инварианты деп бұл түрлендіру кезінде тұрақты болып қалатын шаманы айтады. Инвариант ретінде кейбір санның тақ-жұптығы, басқа санға беретін қалдығын қарастыруға болады.

Мысал 1: 25 долларды 1, 3 және 5 долларлық 10 купюрамен алмастыруға болады ма?

Мысал 2: Алты сан берілген: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Бізге кез келген екі санға 1 санын қосуға рұқсат етілген. Осы түрлендірудің арқасында барлық сандарды бірдей қылдыруға болады ма?

Мысал 3: Үстелде алты стакан бар. Олардың ішінде бес стакан дұрыс, ал біреуі төңкеріліп тұр. Бізге кез келген екі стаканды аударуға рұқсат етілген. Осы әрекет арқылы барлық стаканды дұрыс қоюға болады ма?

Мысал 4: Шеңбер алты секторға бөлінген, олардың әрқайсысында бір фишка бар. Бізге кез-келген екі фишканы көршілес секторға жылжытуға рұқсат етіледі. Осы операциялардың көмегімен барлық фишкаларды бір секторға жинауға бола ма?

Анықтама: Санның тақ немесе жұп болуы санды екіге бөлу кезінде қалдықпен анықталады. Инвариант ретінде басқа сандарға бөлінген кезде қалдықтарды қарастыруға болады.

Мысал 5: Алмастыру автоматы 1 монетаны 5 монетаға алмастыра алады. Осы автоматтың арқасында 1 монетаны 126 монетаға алмастыруға болады ма?

Мысал 6: Аралда бірнеше түсті хамелеондар бар. Олардың ішінде 13 хамелеон қызыл, 15 – жасыл, ал 17 – сары түсті. Егер бір сәтте екі әртүрлі түсті хамелеон кездессе, олар өз түсін үшінші түске өзгертеді. Бірнеше уақыттан кейін аралда бүкіл хамелеон бірдей түсті бола алады ма?

Мысал 7 (Облыстық олимпиада 9 сынып): Тақтада 1, 2, ..., 2016, 2017 сандары жазылған. Бір қадамда ешқайсысы 0-ге тең емес үш қатар тұрған a, b, c сандарын алып, оларды осы ретпен жазылған b-1, c-1, a-1 үштігіне ауыстыруға болады. Осындай қадамдармен тақтада жазылған сандардың қосындысының ең кіші қандақ мәнін алуға болады?

Үй жұмысы

1. Үстелде жеті стакан төңкеріліп тұр. Бізге кез келген екі стаканды аударуға рұқсат етілген. Осы әрекет арқылы барлық стаканды дұрыс қоюға болады ма?
2. Шегіртке басында 1 сантиметрге бір бағытта секірді, сосын 3 сантиметрге сол бағытта немесе қарама-қарсы бағытта секірді, кейін сол бағытта немесе қарама-қарсы бағытта секірді 5 сантиметрге секірді және т.б. Ол 57 секіруден кейін бастапқы орнына қайтып келе алады ма?
3. Қатарда 100 фишка тұр. Арасында дәл бір фишкасы бар кез келген екі фишканы орындарымен алмастырса болады. Осы операцияның арқасында фишкаларды кері ретімен орналастырса болады ма?
4. Тақтада 1, 2, ..., 100, 101 сандары жазылған. Тақтадағы кез келген екі санды өшіріп, орнына сол екі санның азайтындысын жазуға болады. Осы операцияны 100 рет қайталасақ, тақтада бір ғана сан қалады. Сол сан 0 бола алмайтынын дәлелдеңіз.
5. Тақтада 1, 2, ..., 124, 125 сандары жазылған. Тақтадағы кез келген екі санды өшіріп, орнына сол екі санның қосындысының 11-ге бөлгендегі қалдығын жазуға болады. Осы операцияны 124 рет қайталасақ, тақтада бір ғана сан қалады. Сол санды табыңыз.
6. Шеңбер бойымен отырғызылған 44 ағашта 44 тиін отыр (әр ағашта бір тиін). Кейде екі тиін бір уақытта қарама-қарсы бағыттағы көрші ағаштарға жүгіріп өтеді (егер бір тиін сол жақтағы көрші ағашқа жүгіріп өтсе, екіншісі оң жақтағы көрші ағашқа жүгіріп өтеді). Бірнеше уақыттан кейін барлық тиін бір ағашта отыруы мүмкін бе?
7. Алматы және Өрікті қалаларында ақшаның орнына сәйкесінше алма және өрік қолданылады. Алматы қаласында бір алманы 10 өрікке, ал Өрікті қаласында бір өрікті 10 алмаға айырбастауға болады. Бір саудагердің жалғыз алмасы бар екен. Сол саудагердің қолындағы алмалар мен өріктер саны ешқашан теңеспейтінін дәлелдеңіз.