

Жиындар және Ньютон Биномы

Анықтама: Келесі формула кез келген рационал a , b және натурал n үшін дұрыс:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}$$

Мысал 1: Биномиалды коэффициенттердің қасиеті:

$$\sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n$$

Мысал 2: Келесі теңдікті дәлелдеңіз:

$$C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k$$

Мысал 3: $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^{100}$ өрнегін көп мүше түріне келтіргенде қанша иррационал моном болады?

Мысал 4: $\{1, 2, 3, \dots, 11\}$ жиынында қатар келген екі сан болмайтындай неше ішкі жиын бар?

Мысал 5: N элементті жиынды қанша жолмен екі жиынға бөлуге болады?

Мысал 6: Егер p жай сан болса және $1 \leq k \leq p - 1$, онда C_n^p p -ға бөлінетінін дәлелдеңіз.

Үй жұмысы

1. Дәлелдеңіз: $\sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k = 0$.
2. N элементті жиыннан элементтер саны жұп болатын неше ішкі жиын алуға болады?
3. Егер p жай сан болса, онда $(a + b)^p - a^p - b^p$ кез келген натурал a, b сандары үшін p -ға бөлінетінін дәлелдеңіз.
4. $(\sqrt{37} + 6)^{1999}$ санының үтірден кейінгі 1000 цифрасын табыңыз.
5. Кез келген натурал $n \geq 2$ және кез келген $|x| < 1$ үшін $2^n > (1 + x)^n + (1 - x)^n$ теңсіздігін дәлелдеңіз.
6. Натурал x, y үшін $x^{2y} + (x + 1)^{2y} = (x + 2)^{2y}$ теңдігін шешіңіз.