

Графтар – 3.

Анықтама. Циклы жоқ байланысқан графты – ағаш деп атайды. Дәрежесі бірге тең нүктені – ілінген нүкте деп атаймыз.

Мысал 1. Кез келген екі нүктесі дәл бір жай жолмен байланысқан граф ағаш болатынын дәлелдеңіз. Кері тұжырым да дұрыс.

Мысал 2. Кез келген ағашта ілінген нүкте барын дәлелдеңіз.

Мысал 3. Кез келген ағашта төбелер саны қабырғалар санынан бірге көп. Кері тұжырым да дұрыс.

Мысал 4. Қалған граф байланысқан болып қалатындай, кез келген байланысқан графтан бір төбені және сол төбеден барлық шығатын қабырғаларды алып тастауға болатынын дәлелдеңіз.

Анықтама. Қабырғалары нүктесінен басқа ешқай жерде қиылыспайтындай салуға болатын графты – планарлы граф деп атайды. Планарлы графты салған кезде, жазықтық бөліктерге бөлінеді. Сол бөліктердің санын F деп белгілейміз.

Мысал 5. Эйлер формуласын дәлелдеңіз:

$$V - E + F = 2.$$

Мысал 6. Квадраттың ішінде 20 нүкте белгіленген. Квадрат үшбұрыштарға бөлініп қалатындай осы 20 нүктелерді және квадраттың 4 төбесін қиылыспайтындай қабырғалармен қосқан. Квадрат неше үшбұрышқа бөлінген.

Мысал 7. Планарлы граф үшін келесі теңсіздікті дәлелдеңіз: $2E \geq 3F$.

Үй жұмысы

1. Бір мемлекетте 30 қала бар және әрбір екі қала тікелей жолмен байланысқан. Әрбір қаладан басқа қалаға жетуге болатындай ең көп неше жолды жауып тастауға болады?
2. Егер ағаштың кез келген қабырғасын алып тастаса, онда қалған граф байланыспаған екенін дәлелдеңіз.
3. Мемлекетте 100 қала бар және бірнеше жолдар бар. Кез келген қаладан басқа қалаға жетуге болатыны белгілі. Барлық қаланы ең көп дегенде 196 жолмен аралап жүріп өтуге болатынын дәлелдеңіз.
4. Планарлы граф үшін келесі теңсіздікті дәлелдеңіз: $E \leq 3V - 6$.
5. 5 нүктесі бар толық граф планарлы емес екенін дәлелдеңіз.
6. Үш үй салуға, үш құдық қазуға және жолдар қиылыспайтындай етіп әр үйді әр құдықпен байланыстыруға бола ма?