

Графтар – 2.

Анықтама. Жол – бұл бір бірімен төбе арқылы байланысқан қабырғалар тізбегі. Егер қандай да бір екі нүктені байланыстыратын жол бар болса, онда бұндай графты байланысқан деп атаймыз. Егер әрбір екі нүктенің арасында қабырға жүргізілген болса, онда бұл граф толық граф деп аталады.

Мысал 1. Бір елде 15 қала бар және әр қала кем дегенде басқа 7 қаламен жолмен байланысқан. Әр қаладан кез келген қалаға жетуге болатынын дәлелдеңіз.

Анықтама. Кез келген граф байланысқан бола бермейді, бірақ әрбір граф байланысқан бөліктерден тұрады. Графтың қандай да бір байланысқан бөлігін – графтың байланыс компоненті деп атаймыз. Графтың әрбір байланыс компоненті – жеке байланысқан граф болып табылады.

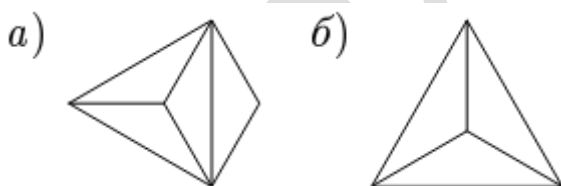
Мысал 2. Графта А төбесінің дәрежесі 21, В төбесінің дәрежесі 1, ал қалған төбелердің дәрежесі 20 – ға тең. А дан В ға жете алатынымызды дәлелдеңіз.

Мысал 3. 2024 қаласы бар мемлекетте әрбір қаладан басқа қалаға жетуге болатындай жолдар салынған. Кемінде 2023 жол салынғанын дәлелдеңіз.

Анықтама. Бір нүктеден басталған және сол нүктеде аяқталған жолды цикл деп атаймыз. Егер циклда ешбір қабырға қайталанбаса, онда бұл цикл – жай деп аталады.

Мысал 4. Графта әр төбенің дәрежесі 3-ке тең. Бұл графта цикл барын дәлелдеңіз.

Мысал 5. Қағаздан қаламды алмай келесі графтарды салуға болады ма?



Анықтама. Қағаздан қаламды айырмай салуға болатын графты – эйлер графы деп атаймыз. Әрбір қабырғаны дәл бір рет қамтитын жай циклді – эйлер циклы деп атаймыз. Егер графта эйлер циклы бар болса, онда ол граф эйлер графы болады.

Мысал 6. Граф эйлер графы болады егер ол байланысқан болса және тақ төбелер саны 2-ден көп болмаса. Кері тұжырым да орындалады.

Үй жұмысы.

1. N төбесі бар графтың әр төбесінің дәрежесі кем дегенде $\frac{N-1}{2}$. Осы граф байланысқан граф екенін дәлелдеңіз.
2. 100 төбелік толық графтан 98 қабырғаны алып тастады. Қалған граф байланысқан болып қалатынын дәлелдеңіз.
3. Кез келген қаладан басқа қалаға екіден көп емес қалалар арқылы жетуге болатындай 50 қаланы ең аз дегенде неше жолмен байланыстыруға болады?
4. Елде 101 – ден астам қала бар. Астанасы 100 қаламен байланысқан, ал астанадан басқа әр қала 10 басқа қаламен байланысқан. Әр қаладан кез-келген басқа қалаға жетуге болатындығы белгілі. Әр қаладан кез-келген басқа қалаға жету мүмкіндігі сақталатындай астанадан шығатын жарты жолды жауып тастауға болатынын дәлелдеңіз.
5. Қатар тұрған алты цифрдан құралған барлық сандар әртүрлі болатындай, барлығы 0 немесе 1 болатын 64 сандарды шеңбер бойымен орналастыруға бола ма?
6. Бір елде әр қаладан 100 жол шығады және әр қаладан басқа кез келген қалаға жетуге болады. Бір жолды жөндеуге жауып тастаған. Онда бәрі бірде әр қаладан басқа кез келген қалаға жете алатынымызды дәлелдеңіз.