

Графтар – 1.

Анықтама. Нүктелердің және сол нүктелерді қосатын қабырғалардың жиынтығын граф деп атаймыз. V – графтың нүктелер жиынтығы, E – графтың қабырғалар жиыны.

Мысал 1. Зымырандар келесі бағыттармен ұшады: Жер–Меркурий, Плутон–Шолпан, Жер–Плутон, Плутон–Меркурий, Меркурий–Шолпан, Марс–Уран, Уран–Нептун, Нептун–Сатурн, Сатурн–Юпитер және Юпитер–Марс. Жерден Марсқа жетуге бола ма?

Мысал 2. Аттармен бірнеше жүрістер жасап бірінші суреттен екінші суретке келе аламыз ба?

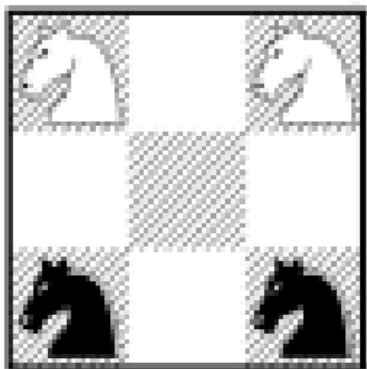


Рис. 1

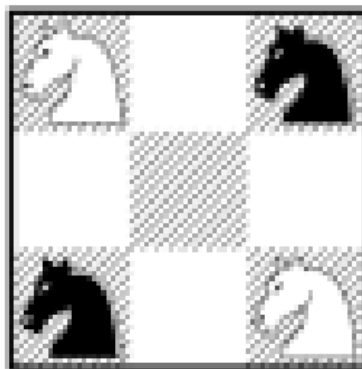


Рис. 2

Мысал 3. Сыныпта 20 оқушы бар және олардың әрқайсысы кем дегенде 14 адаммен дос. Барлығы бір-бірімен дос болатын төрт оқушы табыла ма?

Анықтама. Бір нүктеден шығатын қабырғалар саны – бұл нүктенің дәрежесі деп аталады.

Мысал 4. Мемлекетте 15 қала бар. Әрбір қала басқа 5 қаламен тікелей жол арқылы байланысатындай, мемлекетте қалалар арасында жолдарды жүргізуге болады ма?

Анықтама. $d(v_1) + \dots + d(v_n) = 2E$ және графта тақ нүктелер саны жұп.

Мысал 5. Елде 100 қала бар және әр қаладан 4 жол шығады. Елде барлығы қанша жол бар?

Мысал 6. Сыныпта 30 оқушы бар. 9 оқушыда 3 досы, 11 оқушыда 4 досы, ал 10 оқушыда 5 досы бола ала ма?

Мысал 7. 50 адамның ішінде қалған 48 адамның арасындағы ортақ таныстарының саны жұп болатын екі адам табылатынын дәлелденіз.

Үй жұмысы

1. 20 қабатты үйде лифт бұзылып қалған. Ол тек 8 қабатқа жоғары немесе 13 қабатқа төмен түсе алады. Осы лифттің көмегімен 20 қабаттан 1 қабатқа жетуге болады ма? (Лифт 20 қабаттан жоғары және 1 қабаттан төмен түсе алмайды)
2. Әрбір қаладан 3 жол шығатын мемлекетте барлығы 100 жол бола алады ма?
3. Конференцияға 50 ғалым қатысты және олардың әрқайсысы кем дегенде 25 қатысушымен таныс. Әрқайсысы өзіне таныс адамдардың қасында отыратындай, қандай да бір 4 ғалымды дөңгелек үстелге отырғызуға болатынын дәлелдеңіз.
4. Қандай бірден үлкен N үшін $N + 1$ қыздар мен N ұлдардың арасында барлық қыздар әртүрлі ұлдар санымен, ал барлық ұлдар бірдей қыздар санымен таныс болуы мүмкін?
5. Сыныпта 27 оқушы бар. Әрбір ұл 4 қызбен дос және әрбір қыз 5 ұлмен дос. Сыныпта неше ұл және неше қыз бар?
6. Кеңістікте әрбір кесінді басқа 3 кесіндімен қиылысатындай 9 кесінді жүргізуге болады ма?
7. Мемлекетте 1993 қала бар және әрбір қаладан 93 жол шығады. Егер кез келген қаладан басқа қалаға жетуге болса, онда ол үшін ары кетсе 62 басқа қаланы өту керегін дәлелдеңіз.