

Бөлгіштер және жай сандар

1. Жай сандар шексіз екенін дәлелдеңіз.
2. Айырмасы 17 болатын барлық жай сандарды табыңыз.
3. $p^2 + 2013q = q^2 + 2013p$ болатын барлық (p, q) жай сандар жұбын табыңыз.
4. $(n^2 + 4) : (4n + 1)$ болатындай барлық натурал n табыңыз.

Өзіндік тапсырма

1. $2^{22} + 6^{12} + 9^{12}$ құрама сан екенін дәлелдеңіз.
2. а) $abc : (a + b + c)$ болатын a, b, c натурал сандары берілсін. Онда $a + b + c$ құрама сан екенін дәлелдеңіз.
 ә) $ab = cd$ болатын a, b, c, d натурал сандары берілсін. Онда $a + b + c + d$ құрама сан екенін дәлелдеңіз.
3. а) $p = 4k + 3$ түріндегі жай сандар шексіз көп екенін дәлелдеңіз.
 ә) $p = 6k + 5$ түріндегі жай сандар шексіз көп екенін дәлелдеңіз.
4. а) $p^4 - 3p^2 + 1$ жай сан болатын барлық p жай санын табыңыз.
 ә) $p^2 + 2013p - 1$ жай сан болатын барлық p жай санын табыңыз.
5. $3n - 4, 4n - 5$ және $5n - 3$ сандары жай сан болатын барлық n натурал санын табыңыз.
6. а) Кез келген натурал n үшін $\frac{12n+1}{30n+2}$ бөлшегі қысқармайтынын дәлелдеңіз.
 ә) $\frac{11n+3}{13n+4}$ қысқартатын бөлшек болу үшін n неге тең болу керек?
7. а) $\begin{cases} (x, y) = 5, \\ [x, y] = 30; \end{cases}$
 ә) $\begin{cases} (x, y) = 1, \\ [x, y] = 30 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін шешіңіз.
8. Егер $(a, b) = 1$ болса, онда $(a^2 + b^2, ab) = 1$ және $(a^2 - ab + b^2, a + b) = 1$ немесе 3 екенін дәлелдеңіз.
9. $ab = 160 + 90(a, b)$ болатындай барлық натурал a, b табыңыз.
10. $a > 1, m, n$ натурал сандары үшін $(a^n - 1, a^m - 1) = a^{(m,n)} - 1$ болатынын дәлелдеңіз.