

Теңсіздікті қысқаша көбейту формуласы арқылы шығару (7 сынып)

1. Дәлелдеңіз $x^2 + y^2 \geq 2xy$

2. Дәлелдеңіз

$$2(x^2 + y^2) \geq (x + y)^2$$

3. Дәлелдеңіз

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$$

4. Дәлелдеңіз

$$x^2 + (1 - y)^2 + (x - y)^2 \geq \frac{1}{3}$$

5. Дәлелдеңіз

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$$

6. Дәлелдеңіз

$$x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$$

7. Дәлелдеңіз

$$3(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) \geq 2(ab + ac + ad + bc + bd + cd)$$

Өзіндік жұмыс

А тобы

1. Дәлелдеңіз: $x^2 + \frac{1}{x^2} \geq 2$

2. Дәлелдеңіз, егер $x, y > 0$ болса, онда: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$

3. Дәлелдеңіз: $(a + b)^2 \geq 4ab$

4. Дәлелдеңіз: $a^2x^2 + \frac{1}{x^2} \geq 2a$

5. Дәлелдеңіз: $(a + b)^2 + (a - b)^2 \geq a^2 + b^2 + 4ab$

Б тобы

6. Дәлелдеңіз, егер $a, b, c > 0$ болса, онда: $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3$

7. Дәлелдеңіз: $a^4 + b^4 \geq a^3b + ab^3$

8. Дәлелдеңіз: $a^5 + b^5 \geq a^3b^2 + a^2b^3$

С тобы

9. Егер $a, b, c, d > 0$ және $2(a + b + c + d) > abcd$ болса, онда $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 4 \geq abcd$ дәлелдеңіз.

10. Егер $a + b = b + c = c + a = 2$ болса, онда $a^2 + b^2 + c^2 \geq 6 - ab - bc - ca$ дәлелдеңіз.

**Арифметикалық – геометриялық орта арқылы теңсіздікті шешу немесе АМ-GM әдісі
(8 сынып)**

1. Дәлелдеңіз

$$x^2 + y^2 \geq 2xy$$

2. Дәлелдеңіз

$$1 + x \geq 2\sqrt{x}$$

3. Дәлелдеңіз

$$x + \frac{1}{x} \geq 2$$

4. Дәлелдеңіз

$$(x + y)(y + z)(z + x) \geq 8xyz$$

5. Дәлелдеңіз

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$$

6. Дәлелдеңіз

$$(a + b + c + d)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}\right) \geq 16$$

7. Дәлелдеңіз

$$x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$$

8. Дәлелдеңіз

$$a^5 + b^5 \geq a^3b^2 + a^2b^3$$

Өзіндік жұмыс

А тобы

1. Дәлелдеңіз: $ax + \frac{b}{x} \geq 2\sqrt{ab}$

2. Дәлелдеңіз: $a^2x^2 + \frac{1}{x^2} \geq 2a$

3. Дәлелдеңіз, егер $a, b, c > 0$ болса, онда: $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3$

4. Дәлелдеңіз: $xy + yz + zx \geq x\sqrt{yz} + y\sqrt{zx} + z\sqrt{xy}$

5. Дәлелдеңіз: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{1}{\sqrt{xy}} + \frac{1}{\sqrt{yz}} + \frac{1}{\sqrt{zx}}$

Б тобы

6. Дәлелдеңіз: $x^2 + y^2 + z^2 \geq x\sqrt{y^2 + z^2} + y\sqrt{x^2 + z^2}$

7. Дәлелдеңіз: $x^4 + y^4 + 8 \geq 8xy$

8. Дәлелдеңіз: $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \geq 4$

С тобы

9. Дәлелдеңіз: $\frac{a+b}{a^2+b^2} + \frac{b+c}{b^2+c^2} + \frac{c+a}{c^2+a^2} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

10. Егер $abc = 1$ болса, онда $a^4 + b^4 + c^4 \geq a + b + c$ дәлелдеңіз.