

Евклид алгоритмі

Ең үлкен ортақ бөлгіш. Ең үлкен ортақ бөлгіш дегеніміз a мен b натурал сандары үшін қалдықсыз осы сандарды бөлуге болатын ең үлкен натурал сан. ЕҮОБ-ті әдетте $(a; b)$ түрде жазады.

Теорема 1. $(a; b) = (a - b; b)$

Теорема 2. a натурал саны b -ға бөлгенде r қалдық берсін. Онда $(a; b) = (r; b)$ орындалады.

Евклид алгоритмі. a мен b натурал сандарына жоғары жазылған теоремаларды пайдаланайық. Сол кезде a мен b натурал сандарының біреуінің орнына біз жаңа сан аламыз, және ЕҮОБ өзгеріссіз, сандардың өлшемі аз болады. Жаңа шыққан сандарға қайтадан осы теореманы қолданып жалғастырсақ келесі ЕҮОБ өзгеріссіз жаңа сандарға тап боламыз. Сонымен осылай жалғастырсақ ең соңында бір сан 0-ге тең болып ЕҮОБ табуға болады. Осы циклды Евклид алгоритмі дейміз.

1. Евклид алгоритмін пайдаланып ЕҮОБ табыңыз.

(54; 33)

2. Евклид алгоритмін пайдаланып ЕҮОБ табыңыз.

(2022; 4381)

3. $\frac{12n+1}{30n+2}$ – бөлшегі кез келген n үшін қысқармайтынын дәлелдеңіз.

4. $(3n + 2; 10n + 23)$ қабылдайтын ең үлкен мәні қандай?

5. ЕҮОБ табыңыз.

$(2^6 - 1; 2^4 - 1)$

6. $(5a + 3b; 13a + 8b) = (a; b)$ орындалатынын дәлелдеңіз.

7. a , b және c тақ сандары үшін теңдік орындалатынын дәлелдеңіз:

$$\left(\frac{1}{2}(b + c), \frac{1}{2}(a + c), \frac{1}{2}(a + b) \right) = (a, b, c)$$

8. Кейбір x және y бүтін сандары үшін $3x + 2y$ 23-ке бөлінеді. $17x + 19y$ саны да 23-ке бөлінетінін дәлелдеңіз.

Үй жұмысы

А тобы

1. $ab = 600$ екені белгілі болса, a және b санының ең үлкен ортақ бөлгіші қандай ең үлкен мән қабылдай алады?

2. Евклид алгоритмін пайдаланып ЕҮОБ табыңыз.

(987; 610)

3. ЕҮОБ табыңыз.

(111111; 1111)

4. $\frac{2n+13}{n+7}$ – бөлшегі кез келген n үшін қысқармайтынын дәлелдеңіз.

5. $\frac{2n^2-1}{n+1}$ – бөлшегі кез келген n үшін қысқармайтынын дәлелдеңіз.

Б тобы

6. Қандай бүтін n сандар үшін бөлшектер қысқарады:

$$\frac{n^2 + 2n + 4}{n^2 + n + 3}$$

7. Егер m және n өзара жай, және $\frac{3m-n}{5n+2m}$ – бөлшегі қысқаратын болса, онда m және n -ді табыңыз.

8. $27x + 4$ және $18x + 3$ сандары кез келген натурал x саны үшін өзара жай болатынын дәлелдеңіз.

С тобы

9. Барлық өзара жай a және b сандарын табыңыз, егер $\frac{a+b}{a^2-ab+b^2} = \frac{3}{13}$ орындалатын болса.

10. a, b натурал сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші (a, b) арқылы белгіленеді. n натурал саны осындай болсын: $(n, n+1) < (n, n+2) < \dots < (n, n+35)$.

$(n, n+35) < (n, n+36)$ болатынын дәлелдеңіз.