

Геометриядағы дирихле принципі

1. Жазықтықта n ($n = 6$) түзу жүргізілген, және ешқайсысы өзара параллель емес. Онда бұрышы $\frac{180}{n}$ – нен көп болмайтын екі түзу табылатынын дәлелдеңіз.

Жазықтықта бір-біріне беттеспейтін 7 түзу жүргізілген. Сол түзулерден пайда болған бұрыштардың ішінен 51 градустан көп болатын бұрыш бар екенін дәлелдеңіз.

3. Координаталық жазықтықта 5 нүкте алынған және олардың координаталары бүтін сандар. Осы нүктелерден кесінділер құралған. Сол кесінділердің ішінен кесіндінің ортасының координатасы бүтін сан болатын кесінді табылатынын дәлелдеңіз.

4 x 4 шаршыда 15 нүкте салынған. 1 x 1 шаршының ішінде нүкте болмайтындай таңдап алуға болатынын дәлелдеңіз.

Аулада қабырғасы 3 м болатын теңқабырғалы үшбұрыш тәріздес жерде 10 түймедақ өсіп тұр. Арасы 1 м-ден аспайтын 2 түймедақ бар екенін дәлелдеңіз.

6. 7 кесінді берілген. Ұзындықтары 10 см мен 100 см арасы. Үшбұрыш жасауға болатындай 3 кесінді табылатынын дәлелдеңіз.

100 x 100 шаршы алаң төрт түсті 1x1 шаршы тақтайшалармен қапталған: ақ, қызыл, қара және сұр - бір түсті екі тақтайша бір-біріне тиіп кетпеуі үшін (яғни, ортақ жағы немесе ортақ төбесі болмайды). Қанша қызыл плитка болуы мүмкін?

Үй жұмысы

А тобы

Қабырғасы 1 см болатын дұрыс алтыбұрыштың ішінде 7 нүкте бар. Олардың арасы 1 см-ден аспайтын екі нүкте бар екенін дәлелдеңіз.

Қабырғасы 1 метр шаршыға 51 нүкте белгіленген. Олардың кез келген үшеуін қабырғасы 20 см шаршымен жабуға болатынын дәлелдеңдер.

3. Қабырғасы 1 болатын теңқабырғалы үшбұрыштың ішінде бес нүкте бар. Олардың кейбір екеуінің арақашықтығы 0,5-тен аз екенін дәлелдеңдер.

5 см болатын шаршының ішіне 126 нүкте орналасқан. Радиусы 1 см болатын шеңбердің ішінде кем дегенде 6 нүкте болатынын дәлелдеңіз.

Үшбұрыштың барлық үш қабырғасын (төбелерін қоса алғанда) ешбір түзу қиып өте алмайтынын дәлелдеңіз.

Б тобы

8x8 тақтадағы үш ұяшықтың әр бұрышында кем дегенде бір боялмаған шаршы болатындай етіп, қара түске бояуға болатын шаршылардың ең көп саны қанша?

Шахмат тақтасында шаршылардың төрттен бірінен астамын шахмат фигуралары алып

жатыр. Кем дегенде екі фигура көршілес (қабырға немесе диагональ бойынша) ұяшықта орналасқанын дәлелдеңіз.

ABCD шаршысында 5 нүкте бар. Олардың кез келген екеуінің арасындағы қашықтық $AC/2$ аспайтынын дәлелдеңіз.

C тобы

Жазықтықта бір түзудің бойында жатпайтын төрт нүкте бар. Осы нүктелерде төбелерінің ішінен сүйір емес үшбұрыш бар екенін дәлелдеңіз.

10 журнал кофе үстелінде жатыр, оны толығымен бетін жауып тұр. Журналдар үстел бетінің кем дегенде жартысын қамтитындай етіп олардың бесеуін алып тастауға болатынын дәлелдеңіз.