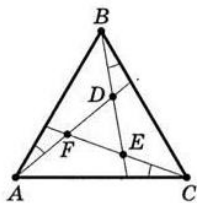


Геометриялық есептер (7-8 сынып)

1. ABC теңқабырғалы үшбұрыш. BAD , CBE және ACF бұрыштары тең болатындай (1-сурет) AD , BE , CF сәулелері үшбұрыштың ішінде қиылысады. DEF үшбұрышы да теңқабырғалы болатынын дәлелдеңіз.



1-сурет

Треугольник ABC равносторонний. Лучи AD , BE , CF попарно пересекаются внутри треугольника, причём равны углы BAD , CBE и ACF (см. рисунок). Докажите, что треугольник DEF также равносторонний.

2. ABC теңқабырғалы үшбұрышында AB , BC және AC қабырғаларынан $AP : PB = BQ : QC = CR : RA = 2 : 1$ болатындай етіп, P , Q және R нүктелері алынған. PQR үшбұрышы теңқабырғалы, ал оның қабырғалары ABC үшбұрышының қабырғаларына перпендикуляр болатынын дәлелдеңіз.

На сторонах AB , BC и CA равностороннего треугольника ABC отмечены точки P , Q и R соответственно так, что $AP : PB = BQ : QC = CR : RA = 2 : 1$. Докажите, что треугольник PQR равносторонний, а его стороны перпендикулярны сторонам треугольника ABC .

3. ABC теңбүйірлі үшбұрыш, $\angle BAC = 120^\circ$. AC қабырғасының жалғасынан $AD = 2AB$ болатындай етіп A төбесі ретінде D нүктесі белгіленген. BDC үшбұрышы да теңбүйірлі екенін дәлелдеңіз.

Треугольник ABC равнобедренный, $\angle BAC = 120^\circ$. На продолжении стороны AC за вершину A отмечена точка D так, что $AD = 2AB$. Докажите, что треугольник BDC также равнобедренный.

4. ABC сүйірбұрышты үшбұрышында B бұрышы 60° , AM мен CN - оның биіктіктері, ал Q – AC қабырғасының ортасы. MNQ үшбұрышының теңқабырғалы екенін дәлелдеңіз.

В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° , AM и CN -его высоты, а Q - середина стороны AC . Докажите, что треугольник MNQ равносторонний.

5. ABC үшбұрышының AK биссектрисасы қарама-қарсы қабырғасын $BK = 2$ и $CK = 1$ бөліктеріне бөледі. Егер $\angle AKC = 60^\circ$ болса, AK ұзындығын табыңыз.

Биссектриса AK треугольника ABC делит противоположную сторону на отрезки $BK = 2$ и $CK = 1$. Найдите длину AK , если $\angle AKC = 60^\circ$.

6. ABC үшбұрышының AM медианасында $AK=BM$ болатындай K нүктесі белгіленген. Одан бөлек, $\angle AMC=60^\circ$. $AC=BK$ екенін дәлелдеңіз.

На медиане AM треугольника ABC нашлась такая точка K , что $AK=BM$. Кроме того, $\angle AMC=60^\circ$. Докажите, что $AC=BK$.

7. ABC теңқабырғалы үшбұрышының AB қабырғасында Y нүктесінен BC қабырғасын Z нүктесінде және CA қабырғасының A төбесі бойынша жалғасын X нүктесінде қиып өтетін түзу жүргізілген. $XY = YZ$ және $AY = BZ$ екені белгілі. XZ және BC перпендикуляр екенін дәлелдеңіз.

Через точку Y на стороне AB равностороннего треугольника ABC проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке Z , а продолжение стороны CA за точку A в точке X . Известно, что $XY = YZ$ и $AY = BZ$. Докажите, что прямые XZ и BC перпендикулярны.

8. Үшбұрыштың бір бұрышы 60° -қа тең, ал осы бұрышқа қарса жатқан қабырға үшбұрыштың периметрінің үштен бір бөлігіне тең. Берілген үшбұрыш теңқабырғалы екенін дәлелдеңіз.

Один из углов треугольника равен 60° , а лежащая против этого угла сторона равна трети периметра треугольника. Докажите, что данный треугольник равносторонний.

Үй жұмысы

1. $ABCD$ дөңес төртбұрышында $AB=BC=CD$, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle BCD = 90^\circ$. ADC бұрышын табыңыз.

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB=BC=CD$, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle BCD = 90^\circ$. Найдите угол ADC .

2. ABC үшбұрышында $AB=2$, $\angle A=60^\circ$, $\angle B = 70^\circ$. AC қабырғасынан $AD=1$ болатындай D нүктесі алынған. DBC үшбұрышның бұрыштарын табыңыз.

В треугольнике ABC известно, что $AB=2$, $\angle A=60^\circ$, $\angle B = 70^\circ$. На стороне AC взята такая точка D , что $AD=1$. Найдите углы треугольника DBC .

3. Теңқабырғалы үшбұрыштың әрбір қабырғасында нүкте белгіленген. Осы белгіленген нүктелерден құралған үшбұрыштың қабырғалары бастапқы үшбұрыштың қабырғаларына перпендикуляр. Белгіленген нүктелердің әрқайсысы бастапқы үшбұрышты қандай қатынаста бөледі?

На каждой стороне равностороннего треугольника отмечено по точке. Стороны треугольника с вершинами в этих точках перпендикулярны сторонам исходного треугольника. В каком отношении каждая из отмеченных точек делит сторону исходного треугольника?

4. ABC үшбұрышында A бұрышы 60° , $AB > AC$. Қабырғалары AC , BC және $AB - AC$ болатын үшбұрыштың бар екендігін дәлелдеңіз.

В треугольнике ABC угол A равен 60° , $AB > AC$. Докажите, что существует треугольник со сторонами, равными AC , BC и $AB - AC$.

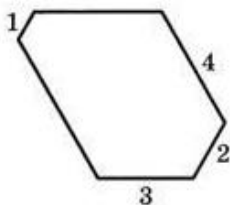
5. ABC үшбұрышында A бұрышы 120° . Қабырғалары AC , BC және $AB + AC$ болатын үшбұрыштың бар екендігін дәлелдеңіз.

В треугольнике ABC угол A равен 120° . Докажите, что существует треугольник со сторонами, равными AC , BC и $AB + AC$.

6. $ABCDEF$ дұрыс алтыбұрышының F нүктесі мен AB қабырғасының ортасынан бірдей қашықтықта болатындай етіп, AD диагоналінен P нүктесі алынған. AD диагоналін P нүктесі қандай қатынаста бөледі? (Барлық бұрыштары мен қабырғалары тең болса, алтыбұрыш дұрыс деп аталады)

В правильном шестиугольнике $ABCDEF$ на диагонали AD отмечена точка P , равноудалённая от вершины F и середины стороны AB . В каком отношении точка P делит AD ? (Шестиугольник называется правильным, если равны все его стороны и углы.)

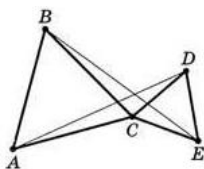
7. Алтыбұрыштың әрбір бұрышы 120° . 1-суретте төрт қабырғасының ұзындығы көрсетілген. Қалған екі қабырғасының ұзындығын табыңыз.



1-сурет

Каждый угол шестиугольника равен 120° . Известны длины четырёх его сторон (см. рисунок). Найдите длины двух остальных сторон.

8. ABC және CDE теңқабырғалы үшбұрыштарында C төбесі ортақ(2-сурет). AD мен BE түзулерінің арасындағы бұрышты табыңыз.



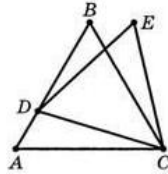
2-сурет

Два равносторонних треугольника ABC и CDE имеют общую вершину C (см. рисунок). Найдите угол между прямыми AD и BE .

9. ABC үшбұрышында $\angle A$ бұрышы 60° , AL биссектрисасы, BM медианасы мен CH биіктігі бір нүктеде қиылысады. ABC үшбұрышы теңқабырғалы екенін дәлелдеңіз.

В треугольнике ABC угол A равен 60° , а биссектриса AL , медиана BM , и высота CH пересекаются в одной точке. Докажите, что треугольник ABC равносторонний.

10. ABC және CDE теңқабырғалы үшбұрыштары суретте көрсетілгендей орналасқан. $BE \parallel AC$ екенін дәлелдеңіз.



3-сурет

Два равносторонних треугольника ABC и CDE расположены так, как показано на рисунке. Докажите, что $BE \parallel AC$.