

Тақырып: Диофант теңдеулерін қалдықтармен салыстыру әдісімен шешу және шексіз түсіру әдісі.

1. Теңдеуді бүтін сандарда шешіңіз:

$$3x + 2y = 5.$$

2. Теңдеуді бүтін сандарда шешіңіз:

$$53x - 47y = 11.$$

3. Теңдеуді бүтін сандарда шешіңіз:

$$11x - 121y = 5.$$

4. Теңдеудің бүтін сандарда шешімі жоқ екенін дәлелдеңіз:

$$x^2 + 1 = 3y.$$

5. Теңдеудің бүтін сандарда шешімі жоқ екенін дәлелдеңіз:

$$x^2 = 7y + 10.$$

6. Теңдеудің бүтін сандарда шешімі жоқ екенін дәлелдеңіз:

$$x^3 + 3 = 4y(y + 1).$$

7. (8-ші АҚШ олимпиадасы) Теңдеудің бүтін сандарда шешіңіз:

$$x_1^4 + x_2^4 + \dots + x_{14}^4 = 15999.$$

8. (Ресей олимпиадасы) Теңдеуді жай сандарда шешіңіз:

$$p^3 - q^5 = (p + q)^2.$$

9. (ВМО) $x^5 - y^2 = 4$ теңдеуінің бүтін сандарда шешімі жоқ екенін дәлелдеңіз.

10. (Германия олимпиадасы) Теңдеулер жүйесінің бүтін сандарда шешімі болатын барлық p жай сандарын табыңыз:

$$\begin{cases} p + 1 = 2x^2, \\ p^2 + 1 = 2y^2. \end{cases}$$

11. (Эйлер олимпиадасы) Теңдеудің натурал сандарда шешімі жоқ екенін дәлелдеңіз:

$$4xy - x - y = z^2.$$

12. Шексіз түсіру әдісі. Теңдеуді бүтін сандарда шешіңіз:

а) $x^2 = 2y^2$;

ә) $x^2 + y^2 + z^2 = 2xyz$;

б) $3^n = x^2 + y^2$.

Үй жұмысы. Диофант теңдеулерін қалдықтармен салыстыру әдісімен шешу және шексіз түсіру әдісі.

1. Теңдеуді бүтін сандарда шешіңіз:

$$3x + 2y = 5.$$

2. Теңдеуді бүтін сандарда шешіңіз:

$$20x + 13y = 2013.$$

3. Теңдеудің бүтін сандарда шешімі жоқ екенін дәлелдеңіз:

$$x^2 + 5y^2 = 20z + 2.$$

4. Теңдеудің бүтін сандарда шешімі жоқ екенін дәлелдеңіз:

$$x^2 - 3y^2 = 8.$$

5. Теңдеудің бүтін сандарда шешімі жоқ екенін дәлелдеңіз:

$$x^3 + 21y^2 + 5 = 0.$$

6. Теңдеудің бүтін сандарда шешімі жоқ екенін дәлелдеңіз:

$$15x^2 - 7y^2 = 9.$$

7. Теңдеудің бүтін сандарда шешімі жоқ екенін дәлелдеңіз:

$$x^2 + y^2 = 2023.$$

8. Теңдеудің бүтін сандарда шешімі жоқ екенін дәлелдеңіз:

$$(x + 1)^2 + (x + 2)^2 + \dots + (x + 2001)^2 = y^2.$$

9. $x^3 + y^4 = 7$ теңдеуінің бүтін сандарда шешімі жоқ екенін дәлелдеңіз.

10. Теңдеуді жай сандарда шешіңіз:

$$q_1^2 = q_2^2 + \dots + q_6^2.$$

11. Теңдеуді бүтін сандарда шешіңіз:

$$x^2 + y^2 + z^2 + u^2 = 2xyzu.$$

12. Теңдеулер жүйесін бүтін сандарда шешіңіз:

$$\begin{cases} x^2 + 6y^2 = z^2, \\ 6x^2 + y^2 = t^2. \end{cases}$$