

Эйлер функциясы

1. $n > 2$ үшін $\varphi(n)$ жұп екенін дәлелдеңіз.
2. p – жай сан. а) $\varphi(p)$, б) $\varphi(p^n)$, с) $\varphi(1) + \varphi(p) + \varphi(p^2) + \dots + \varphi(p^n)$ есептеңіз.
3. $(a, b) = 1$ болса, онда $\varphi(ab) = \varphi(a) \cdot \varphi(b)$ екенін дәлелдеңіз.
4. а) $\varphi(n) = 4$, б) $\varphi(n) = \frac{n}{2}$ қанағаттандыратын барлық n табыңыз.

Үй жұмысы. Эйлер функциясы

1. Егер $m : n$, онда $\varphi(m) : \varphi(n)$ екенін дәлелдеңіз.
2. $\varphi(n) \cdot \varphi(m) = \varphi(\text{ЕҮОБ}(m, n)) \cdot \varphi(\text{ЕКОЕ}(m, n))$ екенін дәлелдеңіз.
3. а) $\varphi(7^x) = 294$, б) $\varphi(3^x 5^y) = 360$, с) $\varphi(n) = \frac{n}{2}$ теңдеулерін шешіңіз.
4. $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_k = n - n$ $\varphi(d_1) + \varphi(d_2) + \dots + \varphi(d_k) = n$.
5. Тақтаға алғашында екі 1 сандары жазылған. Әр қатар тұрған екі санның арасына сол сандардың қосындысын жазамыз. Мысалы, $1, 1 \rightarrow 1, 2, 1 \rightarrow 1, 3, 2, 3, 1 \rightarrow 1, 4, 3, 5, 2, 5, 3, 4, 1 \rightarrow \dots$. Нәтижесінде n ($n > 1$) саны $\varphi(n)$ рет жазылатынын дәлелдеңіз.
6. $1, 2, \dots, n$ сандарың кейбіреуі келесі шарт орындалатындай қызыл түске боялған : қызыл түске боялған a, b, c (әр түрлі болу міндетті емес) үшін $a(b - c) : n$, онда $b = c$. Ең көп дегенде $\varphi(n)$ сан қызыл түске боялғанын дәлелдеу керек.
7. n құрама саны берілген. Онда $\varphi(n) \leq n - \sqrt{n}$ екенін дәлелдеңіз.
8. Кез келген натурал n , $n \neq 2$, $n \neq 6$ үшін $\varphi(n) \geq \sqrt{n}$ екенін дәлелдеңіз.