

Эйлер теоремасы

1. $(a, n) = 1$ үшін, $a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$.
2. 2^{2024} санының сол жағына қайтадан екінші дәрежесі болатындай бірнеше цифрды жазуға болатынын дәлелдеңіз.
3. $2024^{2023^{2022^{\dots^{2^1}}}}$ соңғы үш цифрасын табыңыз.
4. Кез келген натурал n үшін цифралының қосындысы n болатын және санның өзі n -ге бөлінетіндей сан бар екенін дәлелдеңіз.

Үй жұмысы. Эйлер теоремасы

1. а) $502^{567} \pmod{100}$, б) $35^{17} \pmod{120}$ қалдықтарын есептеңіз.
2. Кез келген n үшін а) $n^{561} - n : 561$, б) $n^{84} - n^4 : 6800$ дәлелдеңіз.
3. Кез келген k үшін $2^{3^k} + 1 : 3^{k+1}$ дәлелдеңіз.
4. Кез келген $n > 1$ үшін $2^{2^{\dots^2}} - 2^{2^{\dots^2}} : n$ (біріншісінде n , ал екіншісінде $n - 1$ “2”) екенін дәлелдеңіз.
5. Кез келген $n > 2$ үшін $n^{n^{n^n}} - n^{n^n} : 1989$ екенін дәлелдеңіз.
6. (Республика 2017.9) $EYOB(a, p!) = 1$ болатын натурал a және жай p саны берілген. $a^{(p-1)!} - 1$ санының $p!$ -ға бөлінетінін дәлелдеңіздер.
7. $(a, n) = 1$. $a^k \equiv 1 \pmod{n}$ болатындай k — ең кіші натурал сан болсын. $\varphi(n) : k$ екенін дәлелдеңіз.
8. $a > 1$ бүтін сан берілсін. $\{a^2 + a - 1, a^3 + a^2 - 1, \dots\}$ жиынынан кез келген екеуі өз ара жай болатындай шексіз ішкі жиын бөліп алуға болатынын дәлелдеңіз.