

Шеткі элемент принципі.

Анықтама. Көп есептерді шығару жолында ерекше, шеткі элементтерді қарастыру көмегін тигізеді. Мысалға, кейбір есептерде ең кіші санды, графта ең ұзын жолды, немесе шеткі жағдайды қарастырады.

Мысал 1. Кез келген көпжақта қабырғалар саны бірдей екі жақ табылатынын дәлелдеңіз.

Мысал 2. Шахмат тақтасының әрбір клеткасында сан жазылған. Кез келген сан көршілес (қабырғасы бойынша) клеткадағы сандардың арифметикалық ортасына тең екені белгілі. Барлық сандардың бірдей екенін дәлелдеңіз.

Мысал 3. Шеңбер бойымен бірнеше сан жазылған, олардың әрқайсысы көршілерінің арифметикалық ортасына тең. Барлық сандардың бірдей екенін дәлелдеңіз.

Мысал 4. Шеңбер бойымен 30 сан жазылған. Бұл сандардың әрқайсысы өзінен кейін сағат тілі бағытымен тұрған екі санның айырмасының модуліне тең. Барлық сандардың қосындысы 1-ге тең. Осы сандарды табыңыз.

Мысал 5. Өзара арақашықтықтары бір-бірінен өзгеше 15 планетаның әрқайсысында бір астроном бар, және әр астроном өзіне ең жақын планетаны бақылайды. Кейбір планетаны ешкім бақыламайтынын дәлелдеңіз.

Мысал 6. Жұп-жұбымен әртүрлі болатын натурал k, ℓ, m, n сандары үшін $k^k + \ell^\ell = m^m + n^n$ теңдігі орындалмайтынын дәлелдеңіз.

Мысал 7. Шахмат тақтасының клеткаларына бүтін сандар жазылған, және ешбір сан қайталанбайды. Клеткалардағы сандардың айырмасы кем дегенде 5-ке тең болатын қабырғасы бойынша көршілес екі клетка табылатынын дәлелдеңіз.

Шеткі элемент принципі.

Үй жұмысы

1. Үшбұрыштың барлық қабырғаларының ұзындығы 1 – ден аз болса, оның ауданы $\frac{\sqrt{3}}{4}$ – тен аз екенін дәлелдеңіз.
2. Жазықтықта бірнеше нүкте орналасқан, олардың арасындағы барлық қашықтықтар әртүрлі. Әр нүкте ең жақын орналасқан нүктемен қосылған. Бұл жағдайда тұйықталған сынық сызық (цикл) пайда бола алады ма?
3. Тақтаға бірнеше натурал сан жазылған. Кез келген екі санның қосындысы 2 – нің натурал дәрежесі екен. Тақтада ең көп дегенде неше әртүрлі сан жазылған?
4. N қаласында кез келген метро станциясынан кез келген басқа станцияға баруға болады. Кез келген қалған станциялардан кез келген басқа станцияға баруға болатындай, бір станцияны жөндеуге жабуға болатынын дәлелдеңіз.
5. Түзуде 50 кесінді берілген. Кейбір сегіз кесіндінің ортақ нүктесі бар немесе ешбір екеуінің ортақ нүктесі жоқ сегіз кесінді табуға болатынын дәлелдеңіз.
6. 25 бақшы үкіметтен бір бақша учаскелерін алды. Әрбір учаске 1×1 квадрат, және барлық учаскелер бірге 5×5 квадратты құрайды. Әрбір бақшы ең көп дегенде үш басқа бақшымен жанжалдасады. Қабырғасы бойынша көрші учаскелерді жанжалдаспайтын бақшылар алатындай бүкіл учаскелерді бөліп беруге болатынын дәлелдеңіз.