

Тақырып: Тізбектер және цикл

Бұл сабақ шарттарында әртүрлі тәсілдермен периодтық тізбектер берілген есептерді шешуге арналған. Басты мақсат – мектеп оқушыларын кез келген, тіпті өте үлкен саны бар қатардың әрбір мүшесі оның реттік нөмірін период ұзындығына бөлгендегі қалдыққа ғана тәуелді екенін түсіне отырып, осындай тізбектерді тануға, олардың периодын және белгілі бір сандармен мүшелерін табуға үйрету.

1. $\{a_n\}$ тізбегінде $a_1 = 3$, $a_2 = 7$ және екінші мүшеден бастап әр мүше көршілес екі мүшенің қосындысына тең. a_{100} —?
2. $\frac{1}{7}$ санының ондық жазбасында үтірден кейінгі 2024-ші цифрді өшірсек сан қалай өзгереді: артады ма, әлде кемиді ме?
3. Тақтада 2024 таңбалы сан жазылған. Осы санның көршілес екі цифрдан құралған екітаңбалы сан 17-ге немесе 23-ке бөлінеді. Егер берілген санның соңғы цифрасы 1 болса, онда бірінші цифрасын табыңыз.
4. Тізбек келесі заң бойынша құрастырылады: бірінші орында 7 саны, содан кейінгі әр келесі сан оған дейін тұрған санның квадратының цифрлар қосындысынан 1-ге артық санға тең. 1000-шы мүшені табыңыз.
5. Тақтада 100 сан жазылған және сандар 0-ге тең емес. Бірінші және соңғы сандардан басқа, барлық сандар көршілес екі сандардың көбейтіндісіне тең. Бірінші сан 7 болса, соңғы санды табыңыз.
6. $1 \leq n \leq 5$ үшін $a_n = n^2$ және барлық натурал n үшін $a_{n+5} + a_{n+1} = a_{n+4} + a_n$ орындалатын $\{a_n\}$ тізбегі берілген. a_{2024} —?
7. 1,2,4,8,16,22, ... тізбегінде екінші саннан бастап, әр сан оған дейінгі санға оның соңғы цифрасын қосқанда шығатын санға тең.
 - а) 1000-шы орындағы санды табыңыз.
 - б) Тізбекте 2222 саны бар ма? Егер болса, қай жерде тұр (нөмері)?
8. а) Тізбек периодты және период ұзындығы 6. Осы тізбектен әр төртінші мүшені алып тастасақ, жаңа тізбек периодты болады ма?
 б) Тізбек периодты және период ұзындығы 7. Бұл тізбекте тек 1-ші, 10-шы, 100-ші, 1000-шы,... мүшелер қалдырсақ, жаңа тізбек периодты болады ма?
9. (Савин турнирі) $a_1 = 1, a_2 = 97, a_{n+2} = \frac{a_{n+1}+1}{a_n}$ барлық $n \geq 1$ үшін. a_{1997} —?

Үй жұмысы. Тізбектер және цикл

1. 7^{218} санының соңғы цифрасын табыңыз.
2. Қатарда 1999 сан жазылған. Бірінші сан 1-ге тең және бірінші мен соңғы мүшеден басқа барлық мүшелер көршілес екі мүшенің қосындысына тең. Соңғы санды табыңыз.
3. $\{a_n\}$ тізбегінде үш қатарлас тұрған сандардың қосындысы 2004-ке тең. $a_4 = 668, a_{200} = 667$ болса, $a_{2004} = ?$
4. n және n^{2017} сандары бірдей цифрмен аяқталатынын дәлелдеңіз.
5. $\{a_n\}$ тізбегі келесі шартпен берілген:

$$a_1 = 2, a_2 = 3, a_{n+2} = \frac{a_{n+1}}{a_n}.$$

a_{1986} табыңыз.

6. Тізбектің бірінші мүшесі 934, және әр келесі мүше оған дейін тұрған мүшенің цифрларының қосындысынан 13 есе артық. 2024-ші мүшені табыңыз.
7. $\{a_n\}$ тізбегінде $a_1 = 1$ және барлық натурал n үшін $a_{n+1} = |2a_n - 11|$. a_{2024} табыңыз.
8. $a_1 = 1799, a_2 = 1828, a_{n+2} = \frac{a_{n+1}+1}{a_n}$ барлық натурал n үшін. a_{1997} және a_{2015} табыңыз.
9. $b_1 = 1, b_2 = 22, b_3 = 333, b_{n+3} = \frac{b_{n+2}+b_{n+1}+1}{b_n}$ барлық натурал n үшін. b_{2001} табыңыз.
10. (Савин турнирі) $a_1, a_2, \dots, a_{2015}$ сандар тізбегі берілген. $a_1 = a_{2015}$ және барлық натурал n үшін $a_n + a_{n+1} = a_{n+1}^2 + 1$ болса, a_{1000} табыңыз.