

Комбинаторикалық топтама

Мысал 1. Кез келген үш қатар тұрған санның қосындысы оң, ал бүкіл санның қосындысы теріс болатындай, 20 санды бір қатарға жазуға бола ма?

Мысал 2. Қатарға 100 қара және 100 қызыл шар тізілген. Ең сол және ең оң жақтағы шарлардың қара екені белгілі. Таңдалған шарлардың арасында қызыл және қара шарлардың саны бірдей болатындай, сол жақтан қатар тұрған бірнеше (бүкіл емес) шарды алуға болатынын дәлелдеңіз.

Мысал 3. Үш түсті міндетті түрде қолданып және кез-келген екі әртүрлі түсті санның қосындысы үшінші түсті (қосылатын сандардың түсінен өзге) болатындай барлық натурал сандарды үш түске (көк, сары және қызыл) бояуға бола ма?

Мысал 4. 5×7 тақтаның клеткаларына сандар жазылған. Әр қатардағы сандардың қосындысы жұп, ал әр бағандағы сандардың қосындысы тақ бол алады ма?

Мысал 5. $2n - 1$ – нен кіші өзара әртүрлі $n + 1$ сан берілген ($n > 1$). Екеуінің қосындысы үшіншісіне тең болатындай үш сан табылатынын дәлелдеңіз.

Мысал 6: Әліппе n әріптен құралған. Буын деп кез келген екі әріптен құралған реттелген әріптер жұбын айтайық (мұнда сол екі әріп әртүрлі болуы міндетті емес). Кейбір буындар әдепсіз болып келеді. Сөз деп, құрамында әдепсіз буыны жоқ, кез келген әріптер тізімін айтамыз (әріптер саны шекті немесе шексіз болуы мүмкін). Кемінде неше әдепсіз буын санында ұзындығы шексіз болатын сөз табылмайды?

Үй жұмысы. Комбинаторикалық топтама

1. 1989 сан берілген. Кез келген 10 санның қосындысы оң екені белгілі. Бүкіл санның қосындысы оң екенін дәлелдеңіз.
2. 8×8 тақтаның клеткаларында 1 немесе -1 жазылған және бүкіл сандардың қосындысы 0-ге тең. Әрбір бөліктердегі сандардың қосындысы 0 – ге тең болатындай, тақтаны екі бөлікке кесуге болатынын дәлелдеңіз.
3. Шеңбер бойымен 10 қара және 10 қызыл нүкте орналасқан. Көрші тұрған қызыл нүктелер жұбының саны көрші тұрған қара нүктелер жұбының санына тең екенін дәлелдеңіз.
4. Тышқан 27 бірлік кубиктерге бөлінген, қыры 3-ке тең куб пішінді ірімшікті жей бастады. Тышқан бір кубикті жеп бітірген соң, осы кубикпен ортақ қыры бар кубиктердің келесі біреуін жеуге көшеді. Тышқан осы кубтың центрінде орналасқан кубиктен басқа кубиктердің бәрін жеп шыға ала ма?
5. Өлшемі $2^n \times 2^n$ ($n \geq 3$) болатын тақтадан бір шаршыны қиып алып тастаған. Қалған тақтаны үш шаршыдан құралған бұрыш фигуралармен толығымен жауып шығудың әдіс саны $4^{3 \cdot 4^{n-3}}$ - нен кем емес екенін дәлелдеңіз. (Ешқандай бұрыштар бір-бірін жаппайды.)