

LTE теоремасы

1. x, y бүтін сандары және n натурал саны берілсін. p жай сан болсын. Егер $x - y : p$, бірақ x та, y та p – ға бөлінбейді және $(n, p) = 1$ болса, онда келесі теңдік дұрыс: $v_p(x^n - y^n) = v_p(x - y)$.
2. x, y бүтін сандары және n тақ натурал саны берілсін. p жай сан болсын. Егер $x + y : p$, бірақ x та, y та p – ға бөлінбейді және $(n, p) = 1$ болса, онда келесі теңдік дұрыс: $v_p(x^n + y^n) = v_p(x + y)$.
3. (LTE-ның бірінші типі) x, y бүтін сандары және n натурал саны берілсін. p тақ жай сан болсын. Егер $x - y : p$, бірақ x та, y та p – ға бөлінбейтін болса, онда келесі теңдік дұрыс

$$v_p(x^n - y^n) = v_p(x - y) + v_p(n).$$
4. (LTE-ның екінші типі) x, y бүтін сандары және n тақ натурал саны берілсін. p тақ жай сан болсын. Егер $x + y : p$, бірақ x та, y та p – ға бөлінбейтін болса, онда келесі теңдік дұрыс

$$v_p(x^n + y^n) = v_p(x + y) + v_p(n).$$
5. x, y натурал сандары берілсін және $x - y : 4$, онда

$$v_2(x^n - y^n) = v_2(x - y) + v_2(n).$$
6. x, y тақ сандар болсын және n жұп сан болсын, онда

$$v_2(x^n - y^n) = v_2(x - y) + v_2(x + y) + v_2(n) - 1.$$
7. $x^{2009} + y^{2009} = 7^z$ бүтін сандарда шешіңіз.

Үй жұмысы. LTE теоремасы

1. k натурал саны берілсін. $2^n - 1 : 3^k$ болатын барлық натурал n санын табыңыз.
2. $a > 2$ үшін $a^{a-1} - 1$ саны қандайда бір санның квадратына бөлінетінін дәлелдеңіз.
3. $4(a^n + 1)$ саны кез келген n натурал сан үшін куб болу үшін a неге тең болу керек?
4. $a^b - 1 : b^a$ болатын барлық $a, b > 1$ натурал сандарын табыңыз.
5. p жай сан және $m > 1$ натурал сан болсын. Егер

$$\frac{x^p + y^p}{2} = \left(\frac{x + y}{2}\right)^m$$
 болатындай $x, y > 1$ натурал сандары табылса, онда $m = p$ екенін дәлелдеңіз.
6. p жай сан, ал a мен n натурал сандары берілсін.

$$2^p + 3^p = a^n$$
 болса, онда $n = 1$ екенін дәлелдеңіз.
7. $1990^{1991^{1992}} + 1992^{1991^{1990}} : 1991^k$ болатын ең үлкен k натурал санын табыңыз.